8.14 某位銀行家與 Continental Illinois National Bank 及 Trust Company 希望檢定哪種公司集資的方法—向公家借貸或是私人借貸，能為公司借到較高的額度。該銀行家收集一組 12 家公司的隨機樣本。這些公司只向公家借貸，而且發現一家公司平均每個來源可借到 12,500 美元，標準差是 3,400 美元。另一個樣本是 18 家公司的隨機樣本。這些公司只向私人借貸，而且發現平均每個來源可借到 21,000 美元，標準差是 5,000 美元。平均來看，從公家還是私人資源可以借到較高的額度？試解釋之。

$H_0 = \mu_1 - \mu_2 \geq 0$ 【左尾檢定】

$H_1 = \mu_1 - \mu_2 \prec 0$

根據題意可知,

公家： $\bar{X}_1 = 12{,}500$、 $S_1 = 3{,}400$、 $n_1 = 12$

私人： $\bar{X}_2 = 21{,}000$、 $S_2 = 5{,}000$、 $n_2 = 18$

因本題前提為 $\sigma_1 = \sigma_2$

是故公式為：

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)_0}{\sqrt{S_p^2 (1/n_1 + 1/n_2)}}$$

而

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

因此帶入後得：

$$t = \frac{12500 - 21000 - 0}{\sqrt{(\frac{11 \times 3400^2 + 17 \times 5000^2}{28}) \times (\frac{1}{12} + \frac{1}{18})}} = -5.136$$

而 T 檢定的值為 df 為 28 的查檢：

$t_{.1} = -1.313$

$t_{.050} = -1.701$

$t_{.025} = -2.048$

從以上不同的 α 值的臨界點可知，t 值全部都落在拒絕區。

因此，拒絕 $H_0 = \mu_1 - \mu_2 \geq 0$ 的假設，亦即

拒絕「從公家可借貸到的金額總數較私人高」的假設。

8.15 航空公司合併引發不少航空業的問題。有一種變數經常被引用當作是航空公司效率的測度—準時起飛的比例。隨著 Republic Airline 與 Northwest Airline 的合併，Northwest Airline 的準時起飛比例下降了，大概從 85%降到 68%。假設上述資料都基於兩組航班的隨機樣本：一組 100 架次合併前兩個月期間航空的樣本，其中有 85 架次準時升空；另外一組 100 架次合併後兩個月期間航班的樣本，其中有 68 架次準時升空。根據這些資料，你相信 Republic Airline 與 Northwest Airline 合併後準時起飛比例下降了嗎？

$\hat{P}_1 = 0.85$(合併前)

$\hat{P}_2 = 0.68$(合併後)

$\hat{P} = \dfrac{85+68}{100+100} = 0.765 \quad 0.77$

$H_0 = \hat{P}_1 - \hat{P}_2 \geq 0$

$H_1 = \hat{P}_1 - \hat{P}_2 \prec 0$

根據公式：$Z = \dfrac{\hat{P}_1 - \hat{P}_2 - 0}{\sqrt{\hat{P}(1-\hat{P})(1/n_1 + 1/n_2)}} = \dfrac{0.85 - 0.68 - 0}{\sqrt{0.77 \times 0.23 \times 0.02}} = 2.857$

當 α =0.1→Z 值為 2.576

當 α =0.05→Z 值為 1.96

當 α =0.01→Z 值為 1.645

而 2.857 皆落於拒絕區中，因此拒絕 $H_0 = \hat{P}_1 - \hat{P}_2 \geq 0$ 的假設，亦即

拒絕「合併前的準時起飛比例較合併後的高」之假設。

8.23 一家大型百貨公司想要檢定兩個結帳櫃台之等待時間的變藝術是否大概相等。從這兩個櫃檯收集兩組樣本數各為 25 的等待時間獨立隨機樣本。得到 $s_1 = 2.5$分鐘及$s_2 = 3.1$分鐘。在 α =0.02 進行變異數相等檢定。

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 　　**【雙尾檢定】**

根據題意可知 F 檢定於 α =0.01 之下時，$F_{(24,24)} = 2.66$ (右尾)

而左尾則為 $\dfrac{1}{F_{(24,24)}} = 0.376$

而題目所欲檢驗之 F 值為 $\dfrac{3.1^2}{2.5^2} = 1.5376$

因此，可知被檢驗之 F 直落於接受區中(介於 2.66 和 0.376 之間)

是故，無法拒絕 $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 之假設，亦即

不拒絕「兩組母體變異數相等之假設」