

(1) 8.08

某位流行產業的分析師希望證明為 Liz Claiborne 服飾代言的模特兒，他們的平均進帳比 Calvin Klein 的模特兒還要高。某個已知期間，一組 32 位 Liz Claiborne 模特兒的隨機樣本的平均進帳為 4,238.00 美元，而標準差是 1,002.50 美元。同一時期，一組 37 位 Calvin Klein 模特兒的獨立隨機樣本的平均進帳為 3,888.72 美元，而樣本標準差是 876.05 美元。

- 這是單尾還是雙尾檢定呢？試解釋之。
- 在 0.05 的顯著水準下進行假設檢定。
- 寫下你的結論。
- p 值是多少？解釋它的關聯性。
- 重做一次，現在假設結果是基於一組 10 位 Liz Claiborne 模特兒及 11 位 Calvin Klein 模特兒的隨機樣本。

先檢定兩母體變異數是否相等

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$F_{(n_1-1, n_2-1)} = F_{(31, 36)} = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{1002.50^2}{876.05^2} = 1.3095$$

$$\frac{1}{F_{(n_1-1, n_2-1, \alpha/2)}} = \frac{1}{F_{(31, 36, 0.025)}} = 0.5056 < 1.3095 < F_{(n_1-1, n_2-1, \alpha/2)} = F_{(31, 36, 0.025)} = 1.9778$$

在 0.05 的顯著水準下，不拒絕 $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ，即兩母體變異數相等

- Liz Claiborne 服飾代言模特兒平均進帳 μ_1
Calvin Klein 服飾代言模特兒平均進帳 μ_2

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0, \text{ 單尾(右尾)檢定}$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$$

$$\mathbf{b.} \quad t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)_0}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} = \frac{349.28 - 0}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{32} + \frac{1}{37} \right)}} = 1.5447, \quad (S_p^2 = \frac{31 \times S_1^2 + 36 \times S_2^2}{32 + 37 - 2} = 877371.4)$$

- 在 $\alpha = 0.05$ 的右尾檢定下，t 值 = 1.5447 < t(67) = 1.6695，
不拒絕 $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0$

d. $P\text{值} = P(t_{67} > 1.5447) = 0.0636$

e. $t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - (\mu_1 - \mu_2)_0}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} = \frac{349.28 - 0}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{11} \right)}} = 0.8522$, ($S_p^2 = \frac{9 \times S_1^2 + 10 \times S_2^2}{10 + 11 - 2} = 879983.8$)

在 $\alpha = 0.05$ 的右尾檢定下, t 值 $= 0.8522 < t(19) = 1.729$

不拒絕 $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0$

(2) 8.15

航空公司合併引發不少航空業的問題。有一種變數經常被引用當做是航空公司效率的測度——準時起飛的比例。隨著 Republic Airlines 與 Northwest Airlines 的合併, Northwest Airlines 的準時起飛比例下降了, 大概從 85% 降到 68%。假設上述資料都基於兩組航班的隨機樣本: 一組 100 架次合併前兩個月期間航班的樣本, 其中有 85 架次準時升空; 另外一組 100 架次合併後兩個月期間航班的樣本, 其中有 68 架次準時升空。根據這些資料, 你相信 Northwest 與 Republic 合併後準時起飛比例下降了嗎?

合併前比例 \hat{p}_1 , 合併後比例 \hat{p}_2

$H_0 = \hat{p}_1 - \hat{p}_2 \leq 0$, 單尾(右尾)檢定, 即假設合併前和合併後準時起飛比例並未下降

$$\hat{p} = \frac{85 + 68}{100 + 100} = 0.765$$

$$z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - 0}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})(1/n_1 + 1/n_2)}} = \frac{0.85 - 0.68 - 0}{\sqrt{0.765 \times 0.235 \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100} \right)}} = 2.8351$$

在 $\alpha = 0.05$ 的右尾檢定下, z 值 $= 2.8351 > z_{0.05} = 1.645$

拒絕 $H_0 = \hat{p}_1 - \hat{p}_2 \leq 0$, 合併後準時起飛比例確實下降

(3) 8.26

測試兩條 12 公尺長的 K 船與 L 船，檢定能否參加美國杯比賽。如下以分鐘計的數據表示兩艘船獨立完成某一特定路線的時間：

K 船：12.0, 13.1, 11.8, 12.6, 14.0, 11.8, 12.7, 13.5, 12.4, 12.2, 11.6, 12.9

L 船：11.8, 12.1, 12.0, 11.6, 11.8, 12.0, 11.9, 12.6, 11.4, 12.0, 12.2, 11.7

檢定兩艘船表現一樣好的虛無假設。平均而言，其中一艘船比另一艘快嗎？假設母體變異數相等。

$$\text{K 船：} n_1 = 12, \bar{x}_1 = 12.55, S_1^2 = 0.5391$$

$$\text{L 船：} n_2 = 12, \bar{x}_2 = 11.925, S_2^2 = 0.0948$$

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0, \text{ 雙尾檢定}$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} = \frac{0.625}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{12} \right)}} = 2.7194, \left(S_p^2 = \frac{11 \times S_1^2 + 11 \times S_2^2}{12 + 12 - 2} = 0.3169 \right)$$

在 $\alpha = 0.05$ 的雙尾檢定下， $\pm t(22) = \pm 2.074$ ， t 值 = 2.7194 > $t(22) = 2.074$

拒絕 $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ ，即兩艘船速度不相等，其中一艘比另一艘快

某家公司有興趣提供其員工兩種福利措施的其中一種。挑選一組該公司員工的隨機樣本。樣本裡的每一位員工被要求以總分 0 到 100 為兩種福利措施分別評分。針對樣本裡的每位員工展示兩種措施的順序都是隨機的。成對數據如下：

計畫 A：45, 67, 63, 59, 77, 69, 45, 39, 52, 58, 70, 46, 60, 65, 59, 80

計畫 B：56, 70, 60, 45, 85, 79, 50, 46, 50, 60, 82, 40, 65, 55, 81, 68

平均而言，你相信這家公司的員工比較喜歡其中一項計畫嗎？試解釋之。

$$H_0 : \sigma_1 - \sigma_2 = 0$$

$$H_1 : \sigma_1 - \sigma_2 \neq 0$$

工具>>資料分析>>

F 檢定:兩個常態母體變異數的檢定

$$\frac{1}{F_{(n1-1, n2-1, \alpha/2)}} = \frac{1}{F_{(15, 15, 0.025)}} = 0.3494$$

$$F_{(n1-1, n2-1, \alpha/2)} = F_{(15, 15, 0.025)} = 2.8621$$

$$0.3494 < 0.6804 < 2.8621$$

不拒絕 H_0 ，即兩母體變異數相等

	A	B	C	D	E	F
1	45	56		F 檢定：兩個常態母體變異數的檢定		
2	67	70				
3	63	60			變數 1	變數 2
4	59	45		平均數	59.625	62
5	77	85		變異數	140.5167	206.5333
6	69	79		觀察值個數	16	16
7	45	50		自由度	15	15
8	39	46		F	0.680358	
9	52	50		F(F<=f) 單尾	0.232303	
10	58	60		臨界值：單尾	0.416069	
11	70	82				
12	46	40		F(15,15,0.025)	2.862093	
13	60	65		F(15,15,0.975)	0.349395	
14	65	55				
15	59	81				
16	80	68				
17						

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

工具>>資料分析>>

t 檢定:成對母體平均數差異檢定

在 $\alpha=0.05$ 的雙尾檢定下，

$$P \text{ 值} = 0.3450 > \alpha = 0.05$$

不拒絕 H_0 ，即員工對計畫的喜愛沒有不同

	A	B	C	D	E	F
1	計畫A	計畫B		t 檢定：成對母體平均數差異檢定		
2	45	56				
3	67	70			計畫A	計畫B
4	63	60		平均數	59.625	62
5	59	45		變異數	140.5167	206.5333
6	77	85		觀察值個數	16	16
7	69	79		皮耳森相關係數	0.740016	
8	45	50		假設的均數差	0	
9	39	46		自由度	15	
10	52	50		t 統計	-0.97511	
11	58	60		F(T<=t) 單尾	0.172486	
12	70	82		臨界值：單尾	1.75305	
13	46	40		F(T<=t) 雙尾	0.344971	
14	60	65		臨界值：雙尾	2.13145	
15	65	55				
16	59	81				
17	80	68				
18						